第 9 講　加法定理

PART1　三角関数を含む方程式・不等式（2倍角の公式）

1　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1)　$\cos x + \sin 2x = 0$

(2)　$\cos x - 3\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2} + 4 > 0$

Point Pickup

2倍角の公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

を用いて，三角関数の角を揃えるとよい。

2倍角の公式を用いることで，角が半分の三角関数で表すことができる。

第 9 講　PART1　確認問題

$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

1　$\sin x - \sin\dfrac{x}{2} = 0$

$x = \boxed{ア},\ \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}\pi$

2　$\cos 2x - \sqrt{2}\cos x - 1 \geqq 0$

$\boxed{エ} \leqq x \leqq \boxed{オ}$

①　0　②　$\dfrac{\pi}{4}$　③　$\dfrac{\pi}{3}$　④　$\dfrac{\pi}{2}$

⑤　$\dfrac{3}{4}\pi$　⑥　$\dfrac{5}{6}\pi$　⑦　π　⑧　$\dfrac{5}{4}\pi$

⑨　$\dfrac{3}{2}\pi$　⑩　$\dfrac{11}{6}\pi$

第 9 講　加法定理

PART1　三角関数を含む方程式・不等式（2 倍角の公式）

1　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。

(1)　$\cos x + \sin 2x = 0$

(2)　$\cos x - 3\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2} + 4 > 0$

(1)　$\cos x + \sin 2x = 0$

$\cos x + 2\sin x\cos x = 0$

$\cos x(2\sin x + 1) = 0$

したがって　$\cos x = 0$，$\sin x = -\dfrac{1}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$ のとき

$\cos x = 0$ より　$x = \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3}{2}\pi$

$\sin x = -\dfrac{1}{2}$ より　$x = \dfrac{7}{6}\pi$，$\dfrac{11}{6}\pi$

よって　$x = \dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{7}{6}\pi$，$\dfrac{3}{2}\pi$，$\dfrac{11}{6}\pi$

(2)　$\cos x - 3\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2} + 4 > 0$

$2\cos^2\dfrac{x}{2} - 1 - 3\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2} + 4 > 0$

$2\cos^2\dfrac{x}{2} - 3\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2} + 3 > 0$

$\left(2\cos\dfrac{x}{2} - \sqrt{3}\right)\left(\cos\dfrac{x}{2} - \sqrt{3}\right) > 0$

$\cos\dfrac{x}{2} - \sqrt{3} < 0$ であるから　$2\cos\dfrac{x}{2} - \sqrt{3} < 0$　　すなわち　$\cos\dfrac{x}{2} < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$ より　$0 \leqq \dfrac{x}{2} < \pi$

よって　$\dfrac{\pi}{6} < \dfrac{x}{2} < \pi$　より　$\dfrac{\pi}{3} < x < 2\pi$

第 9 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] ア：0，イ：2，ウ：3

[解説]

$$\sin x - \sin\frac{x}{2} = 0$$

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} = 0$$ [A]

$$\sin\frac{x}{2}\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right) = 0$$

よって　$\sin\frac{x}{2} = 0$，$\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$ より，$0 \leqq \frac{x}{2} < \pi$ であるから

$\sin\frac{x}{2} = 0$ より　$\frac{x}{2} = 0$　よって　$x = 0$

$\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ より　$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{3}$　よって　$x = \frac{2}{3}\pi$

したがって　$\boldsymbol{x = 0, \frac{2}{3}\pi}$

[A]　２倍角の公式

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\quad = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\quad = 2\cos^2\alpha - 1$

を用いて，三角関数の種類や角を揃える。

2 **[正解]** エ：⑤，オ：⑧

[解説]

$$\cos 2x - \sqrt{2}\cos x - 1 \geqq 0$$

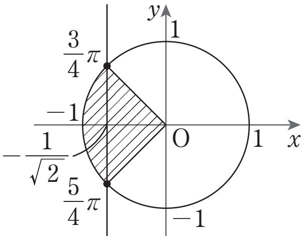
$$(2\cos^2 x - 1) - \sqrt{2}\cos x - 1 \geqq 0$$ [A]

$$2\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x - 2 \geqq 0$$

$$(\cos x - \sqrt{2})(2\cos x + \sqrt{2}) \geqq 0$$

$\cos x - \sqrt{2} < 0$ より　$2\cos x + \sqrt{2} \leqq 0$

よって　$\cos x \leqq -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$0 \leqq x < 2\pi$ より

$$\boldsymbol{\frac{3}{4}\pi \leqq x \leqq \frac{5}{4}\pi}$$